

Révision – Les lois des exposants

MPM 2D1I

Vocabulaire:

Pour l'expression 4^5

- 4 est la base
- 5 est l'exposant
- 4^5 est la puissance

La multiplication des puissances ayant la même base

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Pour multiplier les puissances ayant la même base, écris la base et additionne les exposants.

Exemple 1 - Simplifie.

a) $2^4 \times 2^2$

$$= 2^{4+2}$$

$$= 2^6$$

$$= 64$$

b) $(x^3)(x^2)$

$$= x^{3+2}$$

$$= x^5$$

c) $(-2a^4)(4a^2)$

$$= (-2 \times 4)(a^{4+2})$$

$$= -8a^6$$

La division des puissances ayant la même base

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

Pour diviser les puissances ayant la même base, écris la base et soustrais les exposants.

Exemple 2 - Simplifie.

a) $4^4 \div 4^3$

$$= 4^{4-3}$$

$$= 4^1$$

$$= 4$$

b) $m^5 \div m^1$

$$= m^{5-1}$$

$$= m^4$$

c) $\frac{-25x^4}{5x^2}$

$$= \left(\frac{-25}{5}\right)x^{4-2}$$

$$= -5x^2$$

Une puissance d'une puissance

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Pour simplifier une puissance d'une puissance, écris la base et multiplie les exposants.

Exemple 3 - Simplifie.

a) $(2^2)^2$
 $= 2^{2 \times 2}$
 $= 2^4$
 $= 16$

b) $(x^2)^3$
 $= x^{2 \times 3}$
 $= x^6$

L'exposant zéro et les exposants négatifs
MPM 2D1I

L'exposant zéro :

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

Pourquoi?

N'importe quel nombre peut être divisé par lui-même. (ex: $\frac{2}{2} = 1, \frac{a}{a} = 1, \frac{a^2}{a^2} = 1$)

Selon les lois des exposants,

$$1 = \frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

Les exposants négatifs :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$$

On peut démontrer cette loi pour $n = 3$:

Selon les lois des exposants: $\frac{a^2}{a^5} = a^{2-5} = a^{-3}$

$$\text{Aussi, } \frac{a^2}{a^5} = \frac{a \cdot a}{\cancel{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}} = \frac{1}{\cancel{a \cdot a \cdot a}} = \frac{1}{a^3}, a \neq 0.$$

Alors c'est vrai que $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$.

Exemple 1 - Écris avec un exposant positif.

a) x^{-7}

$$= \frac{1}{x^7}$$

pas d'autres nombres
ou variables → mets un
numérateur de 1

b) $5m^{-2}$

$$= \frac{5}{m^2}$$

les autres nombres/variables
restent dans le numérateur

Exemple 2 - Évalue.

a) -5^{-3}

$$= \frac{1}{-5^3}$$

$$= \frac{1}{-(5 \times 5 \times 5)}$$

$$= -\frac{1}{125}$$

b) $7^0 - 2^{-2}$

$$= 1 - \frac{1}{2^2}$$

$$= 1 - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

c) $\frac{2^{-1} + 2^{-2}}{3^{-1}}$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}}{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{4} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{4}$$